લિબર્ટી પેપરસેટ

ધોરણ 10 : ગણિત (સ્ટાન્ડર્ડ)

Full Solution

સમય : 3 કલાક **અસાઈનમેન્ટ પ્રશ્નપત્ર 9**

વિભાગ-A

1. (B) 510 અને 85 **2.** (C) $\frac{-c}{d}$ **3.** (D) 13.5 **4.** (C) શૂન્ય **5.** (C) 400 **6.** (C) 8.4 **7.** 3 : 2 **8.** 0.48 **9.** 3 **10.** 6 **11.** 31 **12.** 25 **13.** ખોટું **14.** ખોટું **15.** ખરું **16.** ખરું **17.** 72.8% **18.** M = 16 **19.** 1 : *abc* **20.** $k = 1$ **21.** (b) – 3 અને – 2 **22.** (a) – 6 અને 1 **23.** (b) $\sqrt{1}$ **24.** (a) – 1

વિભાગ-B

25.

2	336
2	168
2	84
2	42
3	21
7	7
	1

2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$336 = 2^4 \times 3 \times 7$

$54 = 2 \times 3^3$

∴ ગુ.સા.અ. (336, 54) = $2 \times 3 = 6$

∴ લ.સા.અ. (336, 54) = $2^4 \times 3^3 \times 7 = 3024$

ગુ.સા.અ. (336, 54) × લ.સા.અ. (336, 54) = $6 \times 3024 = 18144$

બંને પૂર્ણાંકોનો ગુણાકાર = $336 \times 54 = 18144$

∴ ગુ.સા.અ. (336, 54) × લ.સા.અ. (336, 54) = 336×54

26. **લોપની રીત :**

$3x - 5y - 4 = 0$ ...(1)

$9x = 2y + 7$

∴ $9x - 2y - 7 = 0$ ...(2)

સમીકરણ (1) ને 2 વડે અને સમીકરણ (2) ને 5 વડે ગુણી બાદબાકી કરતાં,

$6x - 10y - 8 = 0$

$45x - 10y - 35 = 0$

$-\quad +\quad +$

∴ $-39x + 27 = 0$

∴ $-39x = -27$

∴ $x = \frac{9}{13}$

Liberty

સમીકરણ (1) માં $x = \frac{9}{13}$ મૂકતાં,

$3x - 5y - 4 = 0$

$\therefore 3\left(\frac{9}{13}\right) - 5y - 4 = 0$

$\therefore \frac{27}{13} - 4 = 5y$

$\therefore 65y = 27 - 52$

$\therefore 65y = -25$

$\therefore y = -\frac{5}{13}$

$\therefore$ સમીકરણયુગ્મનો ઉકેલ : $x = \frac{9}{13}, y = -\frac{5}{13}$

27. ધારો કે, વિરાટની હાલની ઉંમર x વર્ષ છે.

$\therefore$ 7 વર્ષ પહેલાંની વિરાટની ઉંમર = $(x - 7)$ વર્ષ.

તથા 7 વર્ષ પછીની વિરાટની ઉંમર = $(x + 7)$ વર્ષ હોય.

શરત મુજબ,

$\therefore (x - 7)(x + 7) = 480$

$\therefore x^2 - 49 = 480$

$\therefore x^2 - 49 - 480 = 0$

$\therefore x^2 - 529 = 0$

$\therefore (x + 23)(x - 23) = 0$

$\therefore x + 23 = 0$ અથવા $x - 23 = 0$

$\therefore x = -23$ અથવા $x = 23$

$\therefore$ પરંતુ x એ વિરાટની ઉંમર હોવાથી ઋણ શક્ય નથી.

$\therefore x \neq -23$

$\therefore x = 23$

$\therefore$ વિરાટની હાલની ઉંમર 23 વર્ષ હોય.

28. અહીં, $(k + 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$

આને, $ax^2 + bx + c = 0$ સાથે સરખાવતાં.

$a = k + 1, \quad b = -2(k - 1), c = 1$

અહીં સમી.ના બીજ સમાન હોવાથી

વિવેચક = 0

$\therefore b2 - 4ac = 0$

$\therefore [-2(k - 1)]^2 - 4(k + 1)(1) = 0$

$\therefore 4(k - 1)^2 - 4(k + 1) = 0$

$\therefore (k - 1)^2 - (k + 1) = 0$

$\therefore k^2 - 2k + 1 - k - 1 = 0$

$\therefore k^2 - 3k = 0$

$\therefore k(k - 3) = 0$

$\therefore k = 0$ અથવા $k - 3 = 0$

$\therefore k = 0$ અથવા $k = 3$

આમ, $k = 0$ અથવા 3

Liberty

29. $a_{12} = 37,\ d = 3,\ a =$ ______, $S_{12} =$ ______

હવે, $a_{12} = 37$

$\therefore\ a + 11d = 37$

$\therefore\ a + 11(3) = 37$

$\therefore\ a + 33 = 37$

$\therefore\ a = 37 - 33$

$\therefore\ a = 4$

$S_n = \dfrac{n}{2}\ [2a + (n - 1)d]$

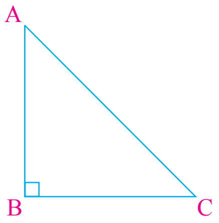
$\therefore\ S_{12} = \dfrac{12}{2}\ [2(4) + (12 - 1)(3)]$

$\therefore\ S_{12} = 6\ [8 + 33]$

$\therefore\ S_{12} = 6 \times 41$

$\therefore\ S_{12} = 246$

30. $\sin A = \dfrac{3}{4}$



કાટકોણ Δ ABC માં ∠B = 90° છે.

$\sin A = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{3}{4}$

$\therefore\ \dfrac{BC}{3} = \dfrac{AC}{4} = K$, K = ધન વાસ્તવિક સંખ્યા

$\therefore$ BC = 3K, AC = 4K

પાયથાગોરસ પ્રમેય મુજબ,

$AB^2 = AC^2 - BC^2$

$\therefore\ AB^2 = (4K)^2 - (3K)^2$

$\therefore\ AB^2 = 16K^2 - 9K^2$

$\therefore\ AB^2 = 7K^2$

$\therefore\ AB = \sqrt{7}\,K$

$\therefore\ \cos A = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{\sqrt{7}K}{4K} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A} = \dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \dfrac{3}{\sqrt{7}}$

$\therefore\ \tan A = \dfrac{3}{\sqrt{7}}$

Liberty

31. ડા.બા. $\dfrac{\sin\theta - \cos\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1}$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\tan\theta - 1 + \sec\theta}{\tan\theta + 1 - \sec\theta}$$

$$= \frac{\sec\theta + \tan\theta - 1}{1 - \sec\theta + \tan\theta}$$

$$= \frac{\sec\theta + \tan\theta - 1}{(\sec^2\theta - \tan^2\theta) - (\sec\theta - \tan\theta)}$$

$$= \frac{\sec\theta + \tan\theta - 1}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta) - (\sec\theta - \tan\theta)}$$

$$= \frac{\sec\theta + \tan\theta - 1}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta - 1)}$$

$= \dfrac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$ = જ.બા.

∴ ડા.બા. = જ.બા.

32. વર્તુળ એ Δ ABCDની બધી બાજુઓને સ્પર્શે છે. તેથી □ABCDની સામસામેની બાજુઓનો સરવાળો સમાન છે.

∴ AB + CD = AD + BC

∴ 6 + 8 = AD + 9

∴ 14 – 9 = AD

∴ AD = 5 સેમી.

33. અર્ધગોલક — શંકુ

r = 1 સેમી. — r = 1 સેમી.

$h = r$ = 1 સેમી.

∴ ઘન પદાર્થનું ઘનફળ

= અર્ધગોલકનું ઘનફળ + શંકુનું ઘનફળ

$= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3}\pi r^2 (2r + h)$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (1)^2 \times [(2 \times 1) + 1]$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 1 \times (2 + 1)$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3$

$= \pi$ સેમી.^{3}

આમ, ઘન પદાર્થનું ઘનફળ π સેમી.^{3} છે.

Liberty

34. બહુલક Z $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

$= 40 + \left(\frac{7-3}{2(7)-3-6}\right) \times 15$

$= 40 + \left(\frac{4}{14-9}\right) \times 15$

$= 40 + \left(\frac{4}{5}\right) \times 5 \times 3$

$= 40 + (4 \times 3)$

$= 52$

35. મધ્યક $\overline{x} = 52$

(વર્ગ)	આવૃત્તિ (f_i)	મધ્યમકિંમત x_i	u_i	f_iu_i
10 – 20	5	15	– 3	– 15
20 – 30	3	25	– 2	– 6
30 – 40	4	35	– 1	– 4
40 – 50	f	45 = a	0	0
50 – 60	2	55	1	2
60 – 70	6	65	2	12
70 – 80	13	75	3	39
	$\Sigma f_i = f + 33$			$\Sigma f_iu_i = -25 + 53 = 28$

ધારેલો મધ્યક $a = 45$,

વર્ગલંબાઈ $h = 10$

મધ્યક $\overline{x} = a + \frac{\Sigma f_iu_i}{\Sigma f_i} \times h$

$\therefore 52 = 45 + \frac{28}{f+33} \times 10$

$\therefore 52 - 45 = \frac{28 \times 10}{f+33}$

$\therefore 7 = \frac{28 \times 10}{f+33}$

$\therefore f + 33 = \frac{28 \times 10}{7}$

$\therefore f + 33 = 40$

$\therefore f = 40 - 33$

$\therefore f = 7$

આમ, ખૂટતી આવૃત્તિ $f = 7$

Liberty

36. પેનની કુલ સંખ્યા = 12 + 132

= 144

(i) ધારો કે, પસંદ કરેલી પેન ખામીયુક્ત હોય તે ઘટનાને A કહીએ.

∴ ખામીયુક્ત પેનની સંખ્યા = 12

∴ ઘટના A ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 12

∴ $P(A) = \frac{12}{144} = \frac{1}{12}$

(ii) ધારો કે, પસંદ કરેલી પેન સારી હોય તે ઘટનાને B કહીએ.

∴ સારી પેનની સંખ્યા = 132

∴ ઘટના B ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 132

∴ $P(B) = \frac{132}{144} = \frac{11}{12}$

37. અહીં એક પેટીમાં 1 થી 100 લખેલા 100 બોર્ડ છે.

∴ બોર્ડની કુલ સંખ્યા = 100

(i) ધારો કે, પસંદ કરેલા બોર્ડ પર એક અંકનો નંબર હોય તે ઘટનાને A કહીએ.

1 થી 100 માં એક અંકના નંબરો 1, 2, 3, ... 9 એમ કુલ 9 પરિણામો છે.

∴ ઘટના A ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 9

∴ $P(A) = \frac{9}{100} = 0.09$

(ii) ધારો કે, પસંદ કરેલા બોર્ડ પર બે અંકનો નંબર હોય તે ઘટનાને B કહીએ.

1 થી 100 માં બે અંકના નંબરો 10, 11, 12, ... 99 એમ કુલ 90 પરિણામો છે.

∴ ઘટના B ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 90

∴ $P(A) = \frac{90}{100} = 0.9$

વિભાગ-C

38. $3x^2 - x - 4 = 0$

∴ $3x^2 - 4x + 3x - 4 = 0$

∴ $x(3x - 4) + 1(3x - 4) = 0$

∴ $(3x - 4)(x + 1) = 0$

∴ $3x - 4 = 0$ અથવા $x + 1 = 0$

∴ $x = \frac{4}{3}$ અથવા $x = -1$

અહીં, $a = 3, b = -1, c = -4$,

શૂન્યોનો સરવાળો = $\frac{4}{3} - 1 = \frac{4-3}{3} = \frac{1}{3} = -\frac{-1}{3} = -\frac{b}{a} = -\frac{x \text{ નો સહગુણક}}{x^2 \text{ નો સહગુણક}}$

શૂન્યોનો ગુણાકાર = $\left(\frac{4}{3}\right)(-1) = \frac{-4}{3} = \frac{c}{a} = \frac{\text{અચળ પદ}}{x^2 \text{ નો સહગુણક}}$

39. અહીં $p(x) = ax^2 + 11x + 12$

આને $p(x) = ax^2 + bx + c$ સાથે સરખાવતાં,

$a = a, b = 11, c = 12$

અહીં શૂન્યોનો ગુણાકાર $(\alpha\beta) = 6$

$\therefore \dfrac{c}{a} = 6$

$\therefore \dfrac{12}{a} = 6$

$\therefore \dfrac{12}{6} = a$

$\therefore a = 2$

તથા શૂન્યોનો સરવાળો $(\alpha + \beta) = \dfrac{-b}{a}$

$\therefore \alpha + \beta = \dfrac{-11}{2}$

આમ, $a = 2, \alpha + \beta = \dfrac{-11}{2}$

40. અહીં, $S_n = 4n - n^2$

$\therefore S_1 = 4(1) - (1)^2 = 4 - 1 = 3$

$\therefore S_2 = 4(2) - (2)^2 = 8 - 4 = 4$

હવે, પ્રથમ પદ $a = a_1 = s_1 = 3$

પ્રથમ બે પદોનો સરવાળો $s_2 = 4$

બીજું પદ $a_2 = s_2 - s_1 = 4 - 3 = 1$

આમ, $a = 3, s_2 = 4, a_2 = 1$

41. દરેક વર્ષે ઉત્પાદિત ટીવીની સંખ્યા સમાન રીતે વધતી હોવાથી,

પ્રથમ, બીજા, ત્રીજા, ... વર્ષે ઉત્પાદિત ટીવીની સંખ્યા એક સમાંતર શ્રેણી બનાવશે.

ધારો કે, n માં વર્ષે ઉત્પાદિત ટીવીની સંખ્યા a_n છે.

અહીં, $a_3 = 600$ એટલે કે $a + 2d = 600$ .....(1)

$a_7 = 700$ એટલે કે $a + 6d = 700$ .....(2)

સમીકરણ (1) માંથી સમીકરણ (2) બાદ કરતાં,

$(a + 2d) - (a + 6d) = 600 - 700$

$\therefore a + 2d - a - 6d = -100$

$\therefore -4d = -100$

$\therefore d = 25$

સમીકરણ (1) માં $d = 25$ મૂકતાં,

$a + 2d = 600$

$\therefore a + 2(25) = 600$

$\therefore a + 50 = 600$

$\therefore a = 550$

(i) પ્રથમ વર્ષે ઉત્પાદિત ટીવીની સંખ્યા $a = 550$ હશે.

(ii) હવે, $a_{10} = a + 9d = 550 + 9(25)$
$= 550 + 225 = 775$

આથી, 10 મા વર્ષે ઉત્પાદિત ટીવીની સંખ્યા 775 છે.

(iii) હવે, $Sn = \dfrac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$\therefore S_7 = \dfrac{7}{2}[2(550) + (7 - 1)25]$

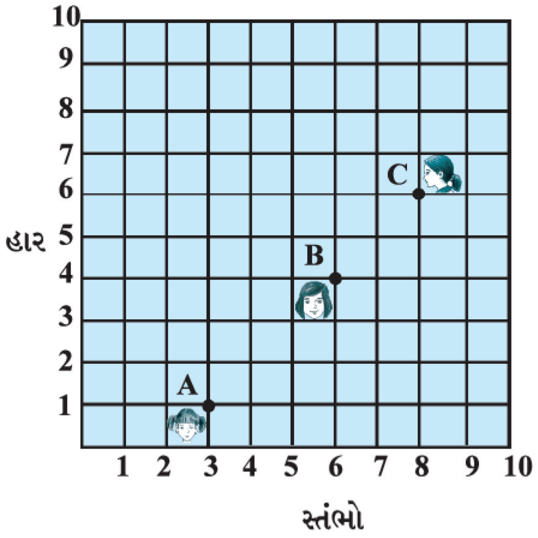
$\therefore S_7 = \dfrac{7}{2}(1100 + 150)$

$\therefore S_7 = \dfrac{7}{2} \times 1250$

$\therefore S_7 = 4375$

આથી, પ્રથમ 7 વર્ષમાં ઉત્પાદિત ટીવીની કુલ સંખ્યા 4375 છે.

42.



AB = $\sqrt{(6-3)^2+(4-1)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

BC = $\sqrt{(8-6)^2+(6-4)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

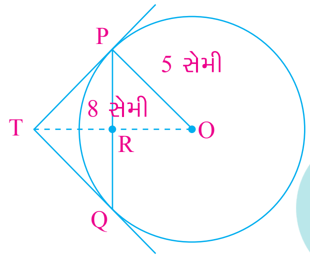
AC = $\sqrt{(8-3)^2+(6-1)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\therefore$ AB + BC = $3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ = AC

$\therefore$ બિંદુઓ A, B અને C સમરેખ છે.

આથી, અસીમા, ભારતી અને કેમેલિયા એક જ હરોળમાં બેઠા છે.

43.



TO જોડો. ધારો કે તે PQ ને R માં છેદે છે.

Δ TPQ સમદ્વિબાજુ છે અને TO એ $\angle$PTQ નો દ્વિભાજક છે.

તેથી, OT $\perp$ PQ અને OT એ PQ ને દુભાગે છે.

તેથી PR = RQ = 4 સેમી

કાટકોણ Δ PRO માં,

OR = $\sqrt{OP^2 - PR^2} = \sqrt{(5)^2-(4)^2} = \sqrt{25-16} = \sqrt{9}$

= 3 સેમી

Δ TPR માં $\angle$TPR + $\angle$PTR = $\angle$PRT = 90°

હવે, $\angle$TPR + $\angle$RPO = 90° = $\angle$TPR + $\angle$PTR

$\therefore$ $\angle$RPO = $\angle$PTR

Δ TRP અને Δ PRO માં,

$\angle PTR = \angle RPO$

$\angle TRP = \angle PRO$ (કાટખૂણા)

$\therefore$ $\Delta TRP \sim \Delta PRO$ (ખૂખૂ સમરૂપતા)

$\therefore \dfrac{TP}{PO} = \dfrac{RP}{RO}$

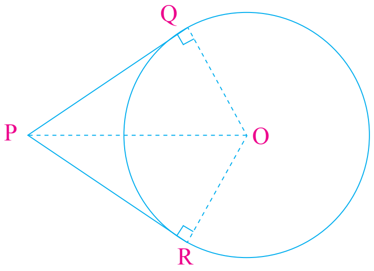
$\therefore \dfrac{TP}{5} = \dfrac{4}{3}$

$\therefore$ TP = $\dfrac{20}{3}$ સેમી

44. **પક્ષ :** O કેન્દ્રવાળા વર્તુળની બહારના ભાગમાં આવેલાં બિંદુ P માંથી વર્તુળને દોરેલા સ્પર્શકો PQ અને PR છે.

સાધ્ય : PQ = PR

આકૃતિ :



સાબિતી : OP, OQ અને QR જોડો. $\angle OQP$ અને $\angle ORP$ કાટખૂણા છે, કારણ કે, તે સ્પર્શકો અને સંગત ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખૂણા છે, અને પ્રમેય 10.1 ના આધારે તેઓ કાટખૂણા છે.

હવે કાટકોણ ત્રિકોણો OQP અને ORP માં,

OQ = OR (એક વર્તુળની ત્રિજ્યાઓ)

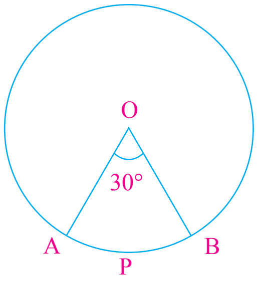
OP = OP (સામાન્ય બાજુ)

$\angle OQP = \angle ORP$ (કાટખૂણા)

તેથી, $\Delta OQP \cong \Delta ORP$ (કાકબા)

આથી, PQ = PR (એકરૂપ ત્રિકોણોની અનુરૂપ બાજુઓ)

45.



અહીં, વૃત્તાંશ OAPB છે.

વૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ $= \dfrac{\theta}{360} \times \pi r^2$

$= \dfrac{30}{360} \times 3.14 \times 4 \times 4$

$= \dfrac{12.56}{3}$

= 4.19 સેમી^{2} (આસન્ન મૂલ્ય)

ગુરુવૃતાંશનું ક્ષેત્રફળ = વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ – લઘુવૃતાંશ OAPBનું ક્ષેત્રફળ

$= \pi r^2 - 4.19$

$= (3.14 \times 4 \times 4) - 4.19$

$= 50.24 - 4.19$

= 46.05 = 46.1 સેમી^{2} (આસન્ન મૂલ્ય)

46. બે સમતોલ પાસાને એકસાથે ઉછાળતાં મળતાં શક્ય પરિણામો નીચે મુજબ છે :

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)

(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)

(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

∴ પરિણામોની કુલ સંખ્યા = 36

(i) ધારો કે, બે સમતોલ પાસાને ઉછાળતાં પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 7 મળે તે ઘટનાને A કહીએ.

આ ઘટનાના શક્ય પરિણામો (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) અને (6, 1) એમ કુલ 6 પરિણામો છે.

∴ ઘટના A ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 6

$\therefore \ P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ii) ધારો કે, બે સમતોલ પાસાને ઉછાળતાં પાસા પરના અંકોનો સરવાળો 11 મળે તે ઘટનાને B કહીએ.

આ ઘટનાના શક્ય પરિણામો (5, 6) અને (6, 5) એમ કુલ 2 પરિણામો છે.

∴ ઘટના B ઉદ્‌ભવે તેના શક્ય પરિણામોની સંખ્યા = 2

$\therefore \ P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

વિભાગ-D

47. ધારો કે બે અંકોની પ્રથમ સંખ્યાના દશકનો અંક x અને એકમનો અંક y છે.

∴ પ્રથમ સંખ્યા = $10x + y$

હવે, અંકોની અદલાબદલી કરતાં દશકનો અંક y અને એકમનો અંક x થાય.

∴ બીજી સંખ્યા = $10y + x$

પ્રથમ શરત મુજબ, $(10x + y) + (10y + x) = 66$

$\therefore \ 10x + y + 10y + x = 66$

$\therefore \ 11x + 11y = 66$

$\therefore \ x + y = 6$ ...(1)

બીજી શરત મુજબ, $x - y = 2$ અથવા ...(2)

$y - x = 2$ ...(3)

સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (2) નો સરવાળો કરતાં,

$x + y + x - y = 6 + 2$

$\therefore \ 2x = 8$

$\therefore \ x = 4$

સમીકરણ (1) માં $x = 4$ મૂકતાં,

$x + y = 6$

$\therefore \ 4 + y = 6$

$\therefore \ y = 2$

હવે, $x = 4$ અને $y = 2$ લેતાં માંગેલ સંખ્યા 42 મળે.

આ જ રીતે, સમીકરણ (1) અને સમીકરણ (3) ને લોપની રીતે ઉકેલતાં $x = 2$ અને $y = 4$ મળે. આ સ્થિતિમાં માંગેલ સંખ્યા 24 મળે.

આમ, માગ્યા પ્રમાણે બે સંખ્યાઓ 42 અને 24 મળે છે.

Liberty

48. ધારો કે, એક બેટની કિંમત ₹ x અને એક દડાની કિંમત ₹ y છે.

પહેલી શરત મુજબ, $7x + 6y = 3800$ ...(1)

$$\therefore y = \frac{3800 - 7x}{6} \quad ...(2)$$

બીજી શરત મુજબ, $3x + 5y = 1750$ ...(3)

સમીકરણ (3) માં સમીકરણ (2) ની કિંમત મૂકતાં,

$$3x + 5y = 1750$$

$$\therefore 3x + 5\left(\frac{3800 - 7x}{6}\right) = 1750$$

$$\therefore 3x + \frac{19000 - 35x}{6} = 1750$$

$$\therefore 18x + 19000 - 35x = 10500$$

$$\therefore 18x - 35x = 10500 - 19000$$

$$\therefore -17x = -8500$$

$$\therefore x = 500$$

સમીકરણ (2) માં $x = 500$ મૂકતાં,

$$y = \frac{3800 - 7x}{6}$$

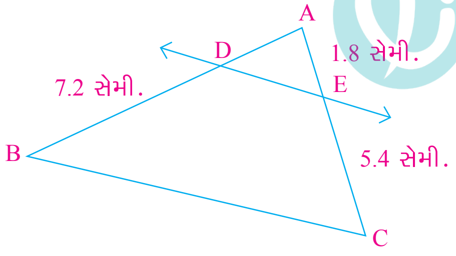
$$\therefore y = \frac{3800 - 7(500)}{6}$$

$$= \frac{3800 - 3500}{6} = \frac{300}{6} = 50$$

$$\therefore y = 50$$

આમ, એક બેટની કિંમત ₹ 500 અને એક દડાની કિંમત ₹ 50 છે.

49.



(i) $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (પ્રમેય : 6.1)

$$\therefore \frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$$

$$\therefore AD = \frac{1.8 \times 7.2}{5.4}$$

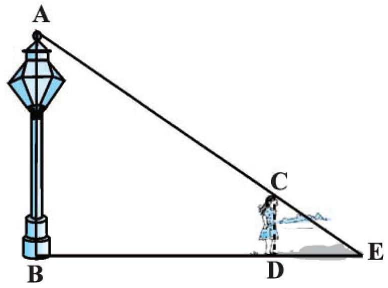
$\therefore$ AD = 2.4 સેમી.

$\therefore$ AB = AD + BD ($\because$ A – D – B)

= 2.4 + 7.2

$\therefore$ AB = 9.6 સેમી.

(ii)



ધારો કે, AB એ વીજળીનો થાંભલો છે અને CD વીજળીના થાંભલાથી 4 સેકન્ડ ચાલ્યા પછીની પરિસ્થિતિમાં છોકરીનું સ્થાન દર્શાવે છે.

આકૃતિ પરથી જોઈ શકાય છે કે DE એ છોકરીનો પડછાયો છે.

ધારો કે, DE = x મીટર છે.

હવે, અંતર = ઝડપ × સમય પરથી,

BD = 1.2 × 4

$\therefore$ BD = 4.8 મીટર

Δ ABE અને Δ CDE માં,

∠B = ∠D (કાટખૂણા)

∠E = ∠E (એક જ ખૂણો)

$\therefore$ Δ ABE ~ Δ CDE (ખૂખૂ સમરૂપતા)

$\therefore \frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD}$

$\therefore \frac{BD + DE}{DE} = \frac{AB}{CD}$

$\therefore \frac{4.8 + x}{x} = \frac{3.6}{0.9}$ ($\therefore$ 90 સેમી = 0.9 મીટર)

$\therefore 4.8 + x = 4x$

$\therefore 3x = 4.8$

$\therefore x = 1.6$

તેથી 4 સેકન્ડ ચાલ્યા પછી છોકરીના પડછાયાની લંબાઈ 1.6 મીટર હોય.

50. નીચે પ્રશ્નની સાબિતીમાં આપેલ ખાલી જગ્યા પૂરો.

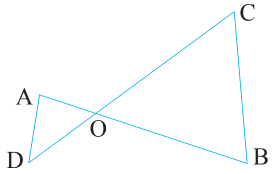
આપેલ આકૃતિમાં OA · OB = OC · OD હોય, તો

સાબિત કરો કે ∠A = ∠C અને ∠B = ∠D.

પક્ષ : OA ° OB = OC ° OD

સાધ્ય : ∠A = ∠C અને ∠B = ∠D

સાબિતી : OA · OB = OC · OD (પક્ષ)



$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ .... (1)

વળી ∠AOD = ∠COB ($\because$ અભિકોણ) .... (2)

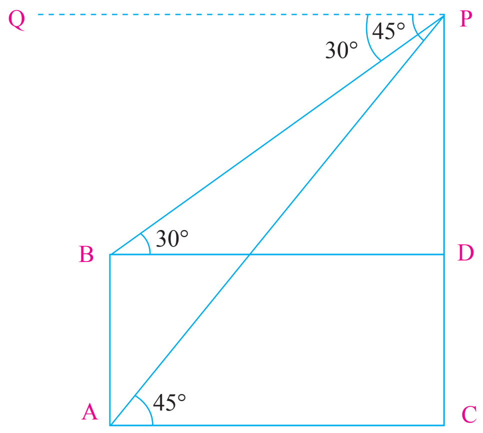
તેથી (1) અને (2) પરથી, Δ AOD ~ Δ COB

($\because$ બાખૂબા સમરૂપતા)

$\therefore$ ∠A = ∠C અને ∠D = ∠B

($\because$ સમરૂપત્રિકોણના અનુરુપ ખૂણા)

51.



આકૃતિમાં, PC એ બહુમાળી ઈમારત દર્શાવે છે તથા AB એ 8 મી ઊંચી ઈમારત દર્શાવે છે.

બહુમાળી ઈમારતની ઊંચાઈ = PC અને બે ઈમારતો વચ્ચેનું અંતર = AC

બે સમાંતર રેખા PQ અને BD ની છેદિકા PB છે.

$\therefore \angle QPB = \angle PBD = 30°$ અને $\angle QPA = \angle PAC = 45°$

કાટકોણ Δ PBD માં,

$\therefore \tan 30° = \frac{PD}{BD}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{PD}{BD}$

$\therefore BD = \sqrt{3}\,PD$

કાટકોણ Δ PAC માં,

$\therefore \tan 45° = \frac{PC}{AC}$

$\therefore 1 = \frac{PC}{AC}$

$\therefore PC = AC$

પરંતુ, PC = PD + DC છે.

$\therefore PD + DC = AC$

અહીં, AC = BD અને DC = AB = 8 મી છે.

$\therefore PD + 8 = BD$

$\therefore PD + 8 = \sqrt{3}\,PD \quad (\because BD = \sqrt{3}\,PD)$

$\therefore \sqrt{3}\,PD - PD = 8$

$\therefore PD(\sqrt{3} - 1) = 8$

$\therefore PD = \frac{8}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$

$\therefore PD = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-(1)^2} = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \frac{8(\sqrt{3}+1)}{2}$

$\therefore PD = 4(\sqrt{3} + 1)$ મીટર

આમ, બહુમાળી ઈમારતની ઊંચાઈ = PC = PD + DC

$= 4(\sqrt{3} + 1) + 8$

$= 4(\sqrt{3} + 1 + 2)$

$= 4(3 + \sqrt{3})$ મીટર

તથા, બે ઈમારતો વચ્ચેનું અંતર = AC = PD + DC = $4(3 + \sqrt{3})$ મીટર

52. નળાકાર

$h = 2.4$ સેમી.

વ્યાસ $= 1.4$ સેમી.

$\therefore r = \frac{1.4}{2} = 0.7$ સેમી.

શંકુ

$h = 2.4$ સેમી.

$r = 0.7$ સેમી.

$l = 2.5$ સેમી.

કાપી લીધેલ શંકુ માટે, $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$\therefore l = \sqrt{(0.7)^2 + (2.4)^2}$

$\therefore l = \sqrt{0.49 + 5.76}$

$\therefore l = \sqrt{6.25}$

$\therefore l = 2.5$ સેમી.

વધેલા પદાર્થનું કુલ પૃષ્ઠળ = નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ + નળાકારના પાયાનું ક્ષેત્રફળ + શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi rh + \pi r^2 + \pi rl$

$= \pi r\ (2h + r + l)$

$= \frac{22}{7} \times 0.7 \times (2 \times 2.4 + 0.7 + 2.5)$

$= 2.2 \times (4.8 + 0.7 + 2.5)$

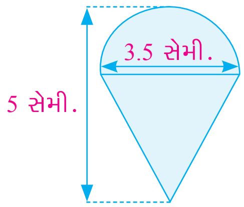
$= 2.2 \times 8$

$= 17.6$ સેમી.^{2}

$= 18$ સેમી.^{2} (નજીકના સેમી.^{2} માં)

આમ, વધેલા પદાર્થનું કુલ પૃષ્ઠફળ 18 સેમી.^{2} (નજીકના સેમી.^{2} માં)

53.



અર્ધગોળાનો વ્યાસ $= 3.5$ સેમી.

$\therefore r = \frac{3.5}{2} = 1.75$ સેમી.

શંકુની ત્રિજ્યા = અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા $= r = 1.75$ સેમી.

શંકુની ઊંચાઈ h = ભમરડાની કુલ ઊંચાઈ – અર્ધગોળાની ત્રિજ્યા

$\therefore h = 5 - 1.75 = 3.25$ સેમી.

$l = \sqrt{r^2 + h^2}$

$\therefore l = \sqrt{(1.75)^2 + (3.25)^2}$

$\therefore l = \sqrt{3.0625 + 10.5625}$

$\therefore l = \sqrt{13.625}$

$\therefore l = 3.69$ સેમી.

$\therefore$ ભમરડાનું કુલ પૃષ્ઠફળ = અર્ધગોળાની વક્ર સપાટીનું ક્ષેત્રફળ + શંકુની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ

$= 2\pi r^2 + \pi rl$

$= \pi r\ (2r + l)$

$= \dfrac{22}{7} \times 1.75 \times [2(1.75) + 3.69]$

$= 22 \times 0.25 \times (3.5 + 3.69)$

$= 22 \times 0.25 \times 7.19$

$= 39.545$

$= 39.6$ સેમી.^{2}

આમ, ભમરડાને રંગ કરવાના સંપૂર્ણ ભાગનું કુલ પૃષ્ઠફળ 39.6 સેમી.^{2} છે.

54.

ઉંમર (વર્ષમાં) (વર્ગ)	પોલિસીધારકોની સંખ્યા (f_i)	સંચયી આવૃત્તિ (cf)
15 – 20	2	2
20 – 25	4	6
25 – 30	18	24
30 – 35	21	45
35 – 40	33	78
40 – 45	11	89
45 – 50	3	92
50 – 55	6	98
55 – 60	2	100
કુલ	$n = 100$	–

અહીં, $n = 100$

$\therefore \dfrac{n}{2} = \dfrac{100}{2} = 50$

અહીં 50 થી તરત મોટી સંચયી આવૃત્તિ 78 એ વર્ગ 35 – 40 માં હોવાથી મધ્યસ્થ વર્ગ 35 – 40 છે.

હવે, l = મધ્યસ્થ વર્ગની અધઃ સીમા = 35

$\dfrac{n}{2} = 50$

cf = મધ્યસ્થ વર્ગની આગળના વર્ગની સંચયી આવૃત્તિ = 45

f = મધ્યસ્થ વર્ગની આવૃત્તિ = 33

h = વર્ગલંબાઈ = 5

મધ્યસ્થ $M = l + \left(\dfrac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

$\therefore M = 35 + \left(\dfrac{50 - 45}{33}\right) \times 5$

$\therefore M = 35 + \dfrac{5 \times 5}{33}$

$\therefore M = 35 + 0.76$

$\therefore M = 35.76$

આમ, પોલિસીધારકોની મધ્યસ્થ ઉંમર 35.76 વર્ષ છે.

Liberty